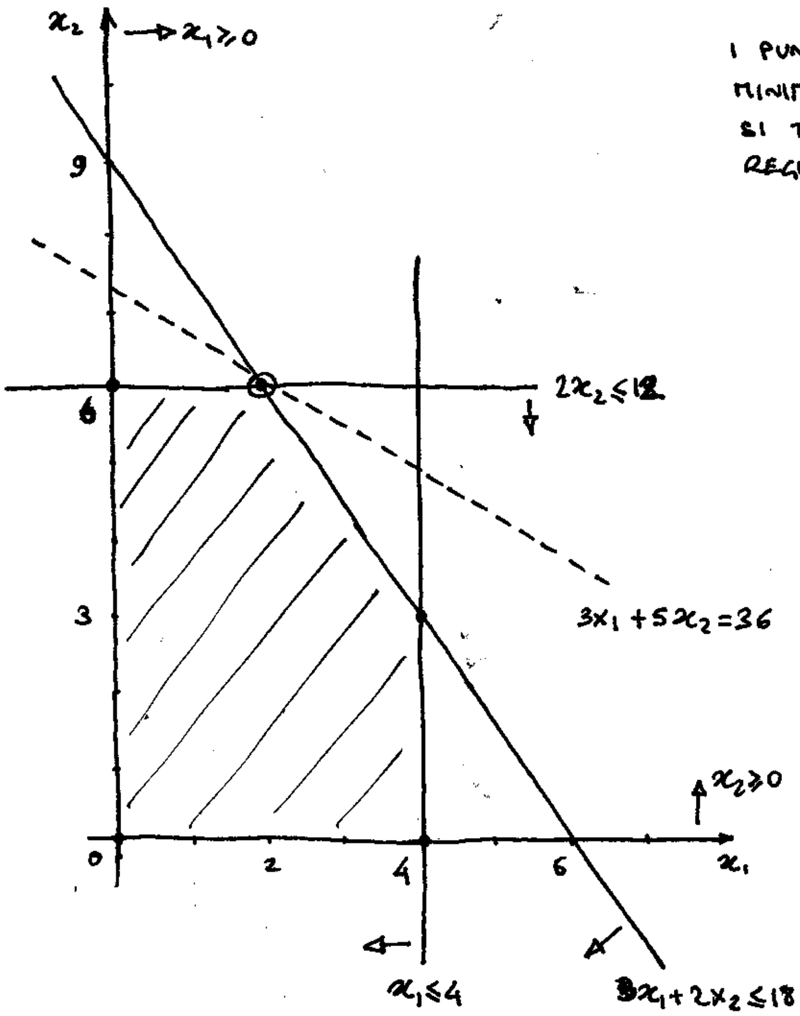
• DAI L'INTERPRETAZIONE GEOMETRICA DEL SEGUENTE PROBLEMA DI PL E TROVA LA SOLUZIONE GRAFICAMENTE.

$$\begin{cases} \max\ z = 3x_1 + 5x_2 \\ x_1 \leq 4 \\ 2x_2 \leq 12 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

POSTE x_1 ED x_2 LE COORDINATE DI UN PIANO CARTESIANO, LE DISUGUAGLIANZE (VINCOLI) INDIVIDUANO DEI SEMIPIANI. L'INTERSEZIONE DI QUESTI SEMIPIANI INDIVIDUA I PUNTI CHE SONO SOLUZIONE DEL NOSTRO PROBLEMA (REGIONE DI AMMISSIBILITÀ)



I PUNTI CHE MASSIMIZZANO O MINIMIZZANO LA FUNZIONE OBIETTIVO z SI TROVANO SUI VERTICI DELLA REGIONE DI AMMISSIBILITÀ:

x_1	x_2	z	
0	0	0	
4	0	12	
0	6	30	
4	3	27	
2	6	36	← MAX

LA SOLUZIONE OTTIMALE È QUINDI:

$$\boxed{\begin{aligned} x_1 &= 2 \\ x_2 &= 6 \end{aligned}}$$

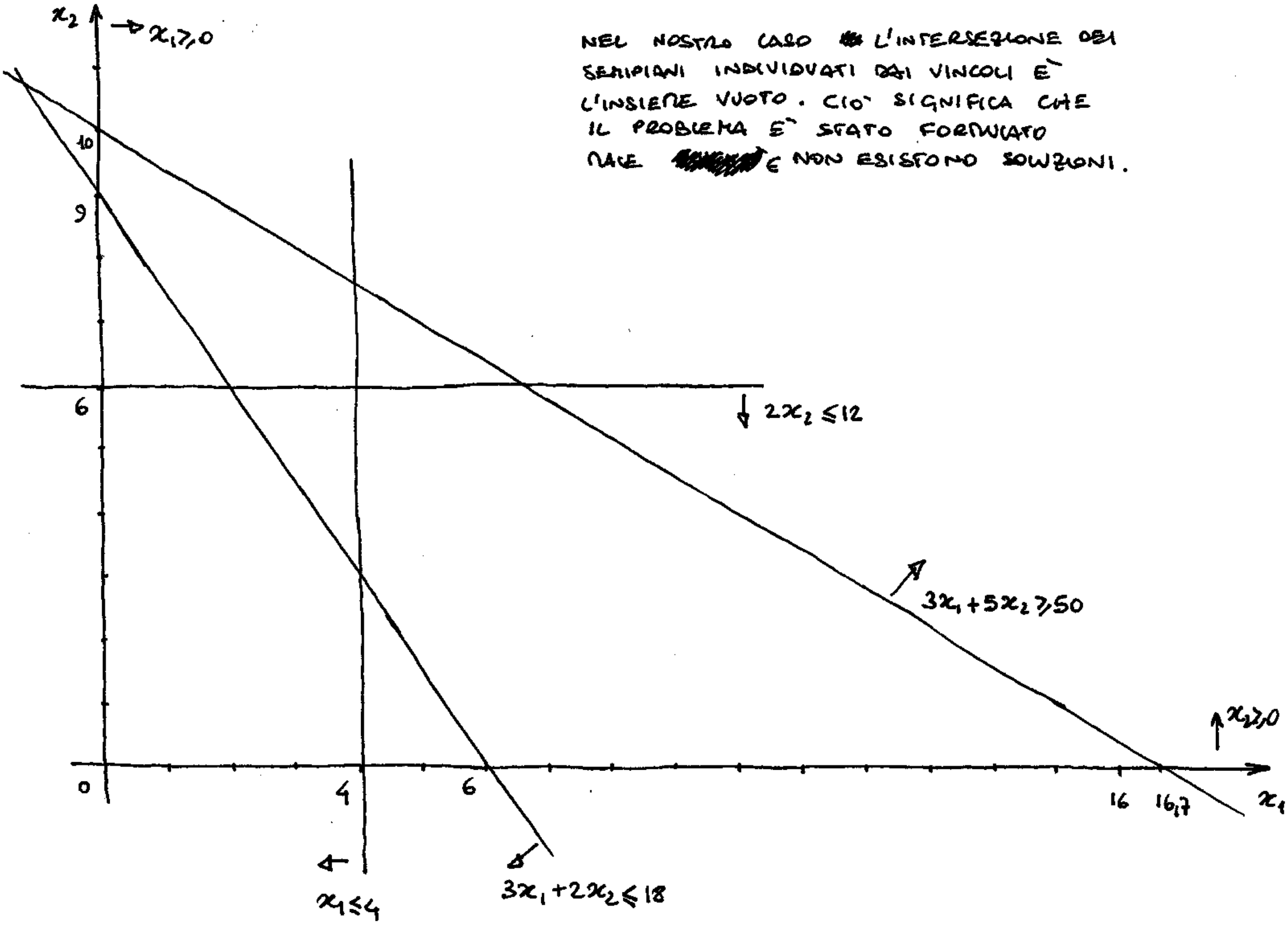
ED È UNICA POICHÈ LA RETTA $3x_1 + 5x_2 = 36$ PASSA SOLO PER QUESTO PUNTO AMMISSIBILE.

• DAI L'INTERPRETAZIONE GEOMETRICA DEL SEGUENTE PROBLEMA DI PL E TROVA LA SOLUZIONE GRAFICAMENTE.

$$\begin{cases} \max\ z = 3x_1 + 5x_2 \\ x_1 \leq 4 \\ 2x_2 \leq 12 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\ 3x_1 + 5x_2 \geq 50 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

POSTI x_1 ED x_2 LE COORDINATE DI UN PIANO CARTESIANO, LE DISUGUAGLIANZE (VINCOLI) INDIVIDUANO DEI SEMIPIANI. L'INTERSEZIONE DI QUESTI SEMIPIANI INDIVIDUA I PUNTI CHE SONO SOLUZIONI DEL NOSTRO PROBLEMA (REGIONE DI AMMISSIBILITÀ)

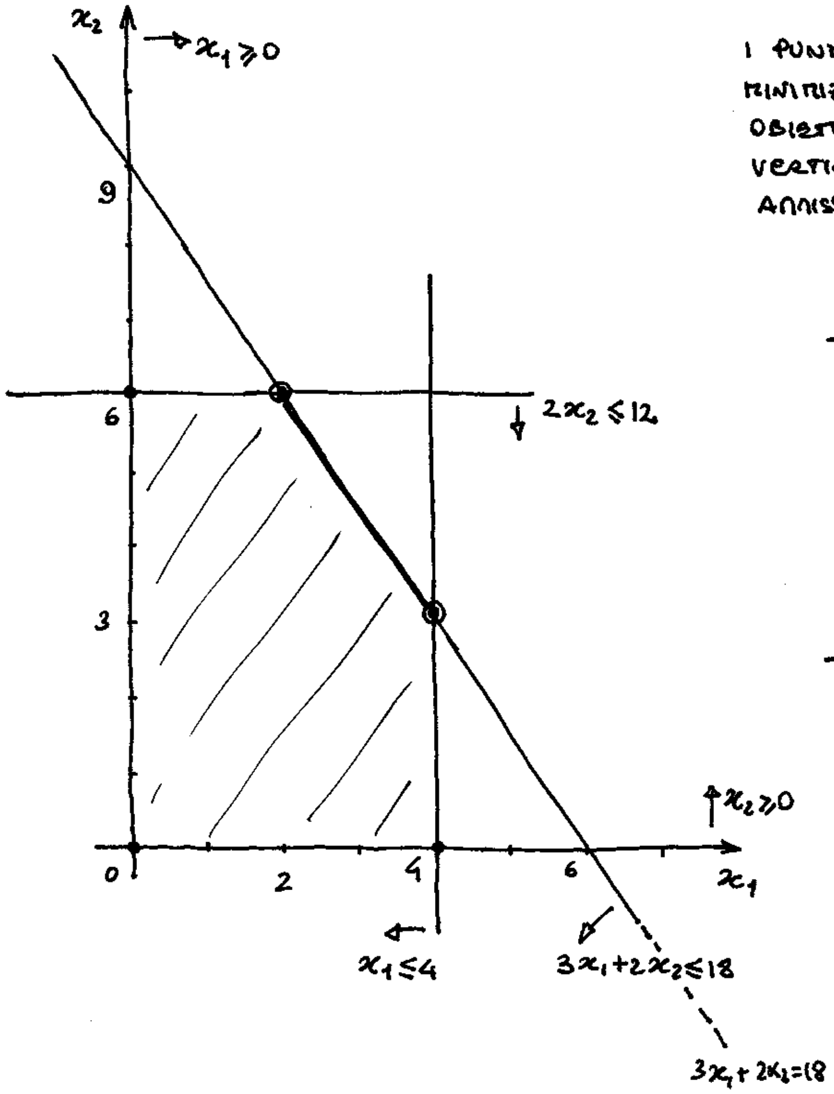
NEL NOSTRO CASO L'INTERSEZIONE DEI SEMIPIANI INDIVIDUATI DAI VINCOLI È L'INSIEME VUOTO. CIÒ SIGNIFICA CHE IL PROBLEMA È STATO FORMULATO MALE E NON ESISTONO SOLUZIONI.



• DAI L'INTERPRETAZIONE GEOMETRICA DEL SEGUENTE PROBLEMA DI PL E TROVA LA SOLUZIONE.

$$\begin{cases} \max \quad z = 3x_1 + 2x_2 \\ x_1 \leq 4 \\ 2x_2 \leq 12 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

POSTI x_1 ED x_2 LE COORDINATE DI UN PIANO CARTESIANO, LE DISUGUAGLIANZE (VINCOLI) INDIVIDUANO DEI SEMIPIANI.
L'INTERSEZIONE DI QUESTI SEMIPIANI INDIVIDUA I PUNTI CHE SONO SOLUZIONE DEL NOSTRO PROBLEMA (REGIONE DI AMMISSIBILITÀ)



I PUNTI CHE MASSIMIZZANO O MINIMIZZANO LA FUNZIONE OBIETTIVO z SI TROVANO SUI VERTICI DELLA REGIONE DI AMMISSIBILITÀ:

x_1	x_2	z	
0	0	0	
4	0	12	
0	6	12	
4	3	18	← MAX
2	6	18	← MAX

ABBIAMO TROVATO DUE SOLUZIONI OTTIMALI:

1) $\boxed{\begin{aligned} x_1 &= 4 \\ x_2 &= 3 \end{aligned}}$

2) $\boxed{\begin{aligned} x_1 &= 2 \\ x_2 &= 6 \end{aligned}}$

PIÙ IN GENERALE, TUTTI I PUNTI CHE SI TROVANO SULLA RETTA $3x_1 + 2x_2 = 18$ E SONO COMPRESI TRA I PUNTI TROVATI ~~SONO~~ COSTITUISCONO UNA SOLUZIONE OTTIMALE.

PL A

FINESTRE

- FORMULA COME PROBLEMA PL IL SEGUENTE PROBLEMA E RISOLVILO GRAFICAMENTE. [...]

— TRASFORMO LE DEFINIZIONI NEL PROBLEMA IN CONDIZIONI E VINCOLI:

- TROVARE QUANTE FINESTRE ~~[illegible]~~ DI CIASCUN TIPO DEVONO ESSERE PRODOTTE AL GIORNO PER MASSIMIZZARE IL PROFITTO. SI GUADAGNANO 60 EURO PER UNA FINESTRA DI LEGNO E 30 EURO PER UNA DI ALLUMINIO.

  POSTO: x_1 = NUMERO DI FINESTRE DI LEGNO

  x_2 = NUMERO DI FINESTRE DI ALLUMINIO

  VOGLIAMO TROVARE:

  $$\max \; z = 60x_1 + 30x_2$$

- FRANCESCO PREPARA AL MASSIMO 6 FINESTRE DI LEGNO AL GIORNO:

  $$x_1 \leq 6$$

- RICCARDO PREPARA AL MASSIMO 4 FINESTRE DI ALLUMINIO AL GIORNO:

  $$x_2 \leq 4$$

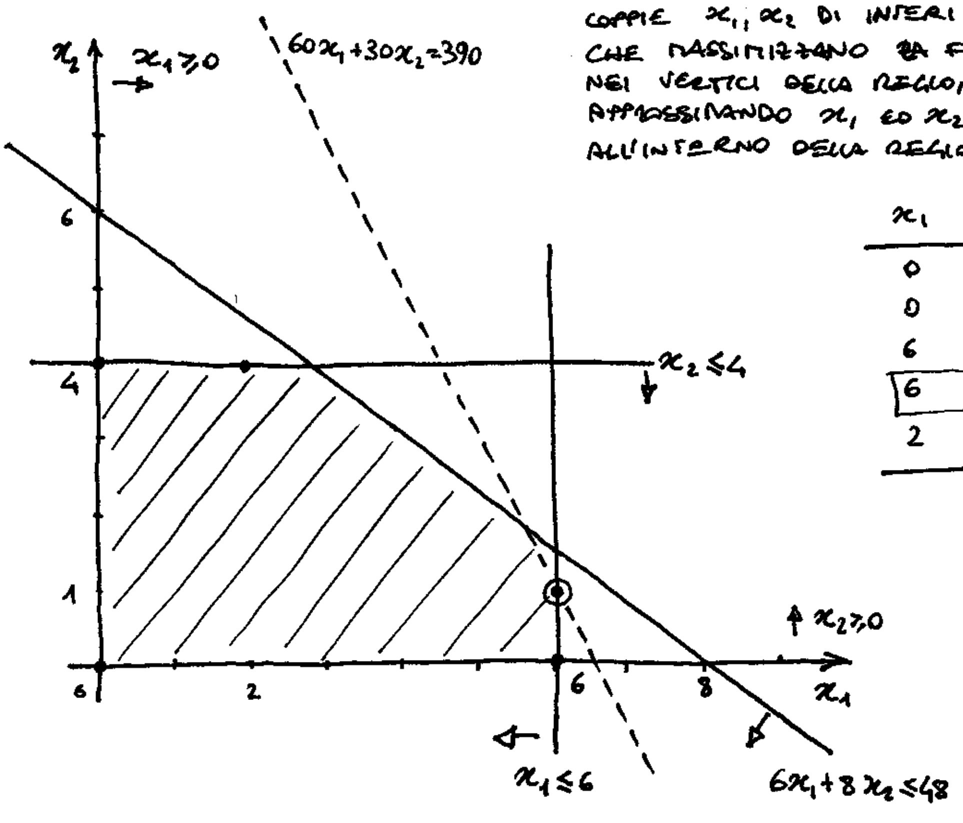
- GIANNI PREPARA AL MASSIMO $48 m^2$ DI VETRO AL GIORNO. UNA FINESTRA DI LEGNO RICHIEDE $6 m^2$ DI VETRO ED UNA DI ALLUMINIO NE RICHIEDE $8 m^2$:

  $$6x_1 + 8x_2 \leq 48$$

- AGGIUNGO I VINCOLI DI NON NEGATIVITÀ:

  $$x_1 \geq 0$$
  $$x_2 \geq 0$$

- TRACCIO I SEMIPIANI INDIVIDUATI DAI VINCOLI E NE TROVO L'INTERSEZIONE, OVVERO LA REGIONE DI AMMISSIBILITÀ DELLE SOLUZIONI:



- I PUNTI CONTENUTI NELLA REGIONE TRATTEGGIATA (REGIONE DI AMMISSIBILITÀ) SONO SOLUZIONI DEL PROBLEMA. SICCOME IL NUMERO DELLE FINESTRE DEVE ESSERE INTERO, DEVO CONSIDERARE SOLO COPPIE x_1, x_2 DI INTERI. CERCO QUINDI I PUNTI CHE MASSIMIZZANO LA FUNZIONE OBIETTIVO z NEI VERTICI DELLA REGIONE DI AMMISSIBILITÀ, APPROSSIMANDO x_1 ED x_2 ALL'INTERO PIÙ VICINO ALL'INTERNO DELLA REGIONE DI AMMISSIBILITÀ:

x_1	x_2	z	
0	0	0	
0	4	120	
6	0	360	
6	1	390	← MAX
2	4	240	

LA SOLUZIONE OTTIMALE È QUINDI:

$$\boxed{\begin{aligned} x_1 &= 6 \\ x_2 &= 1 \end{aligned}}$$

ED È UNICA

- FORMULA COME PROBLEMA PL IL SEGUENTE PROBLEMA E RISOLVILO GRAFICAMENTE. [...]

  – TRASFORMO LE DEFINIZIONI DEL PROBLEMA IN CONDIZIONI E VINCOLI:

  . TROVARE QUANTE BOTTIGLIE DEI DUE VINI DEVONO ESSERE PRODOTTE OGNI ANNO PER MASSIMIZZARE I RICAVI. IL VINO NOVELLO COSTA 4,5 EUR, IL VINO INVECCHIATO COSTA 7,6 EUR.

  POSTO : x_1 = NUMERO DI BOTTIGLIE DI VINO NOVELLO

  x_2 = NUMERO DI BOTTIGLIE DI VINO INVECCHIATO

  VOGLIAMO TROVARE:

$$\max \; z = 4{,}5\, x_1 + 7{,}6\, x_2$$

  LA PRODUZIONE MASSIMA È DI 100'000 BOTTIGLIE ALL'ANNO:

$$x_1 + x_2 \leq 100'000$$

  LA PRODUZIONE MASSIMA DI VINO NOVELLO È DI 80'000 BOTTIGLIE/ANNO:

$$x_1 \leq 80'000$$

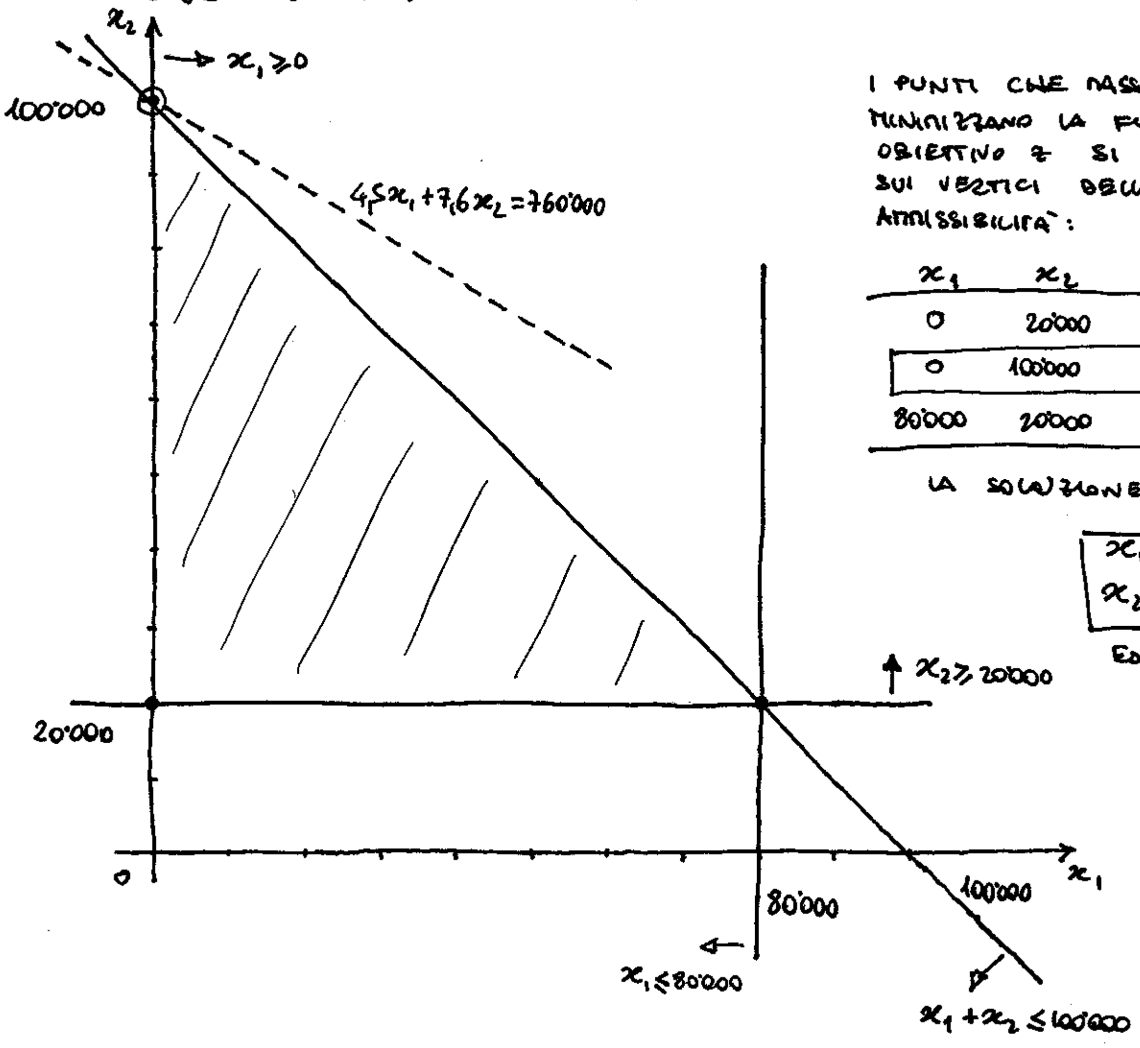
  20'000 BOTTIGLIE DI VINO INVECCHIATO DEVONO ESSERE PRODOTTE NECESSARIAMENTE.

$$x_2 \geq 20'000$$

  AGGIUNGO I VINCOLI DI NON NEGATIVITÀ:

$$x_1 \geq 0$$

  · TRACCIO I SEMIPIANI INDIVIDUATI DAI VINCOLI E NE TROVO L'INTERSEZIONE, OVVERO LA REGIONE DI AMMISSIBILITÀ DELLE SOLUZIONI:



I PUNTI CHE MASSIMIZZANO O MINIMIZZANO LA FUNZIONE OBIETTIVO z SI TROVANO SUI VERTICI DELLA REGIONE DI AMMISSIBILITÀ:

x_1	x_2	z	
0	20'000	152'000	
0	100'000	760'000	← MAX
80'000	20'000	512'000	

LA SOLUZIONE OTTIMALE È QUINDI:

$$\boxed{\begin{aligned} x_1 &= 0 \\ x_2 &= 100'000 \end{aligned}}$$

ED È UNICA

• FORMULA COME PROBLEMA PL IL SEGUENTE PROBLEMA E RISOLVILO GRAFICAMENTE [...]

TABELLA NUTRIZIONALE

	GRAMMI PER PORZIONE		ASSUNZIONI GIORNALIERE RACCOMANDATE (GRAMMI)
	CARNE	PATATE	
CARBOIDRATI	5	15	≥ 30
PROTEINE	20	5	≥ 40
GRASSI	15	2	≤ 60

TRASFORMO LE ~~[illegible]~~ DEFINIZIONI DEL PROBLEMA IN CONDIZIONI E VINCOLI:

POSTO: x_1 = NUMERO DELLE PORZIONI DI CARNE

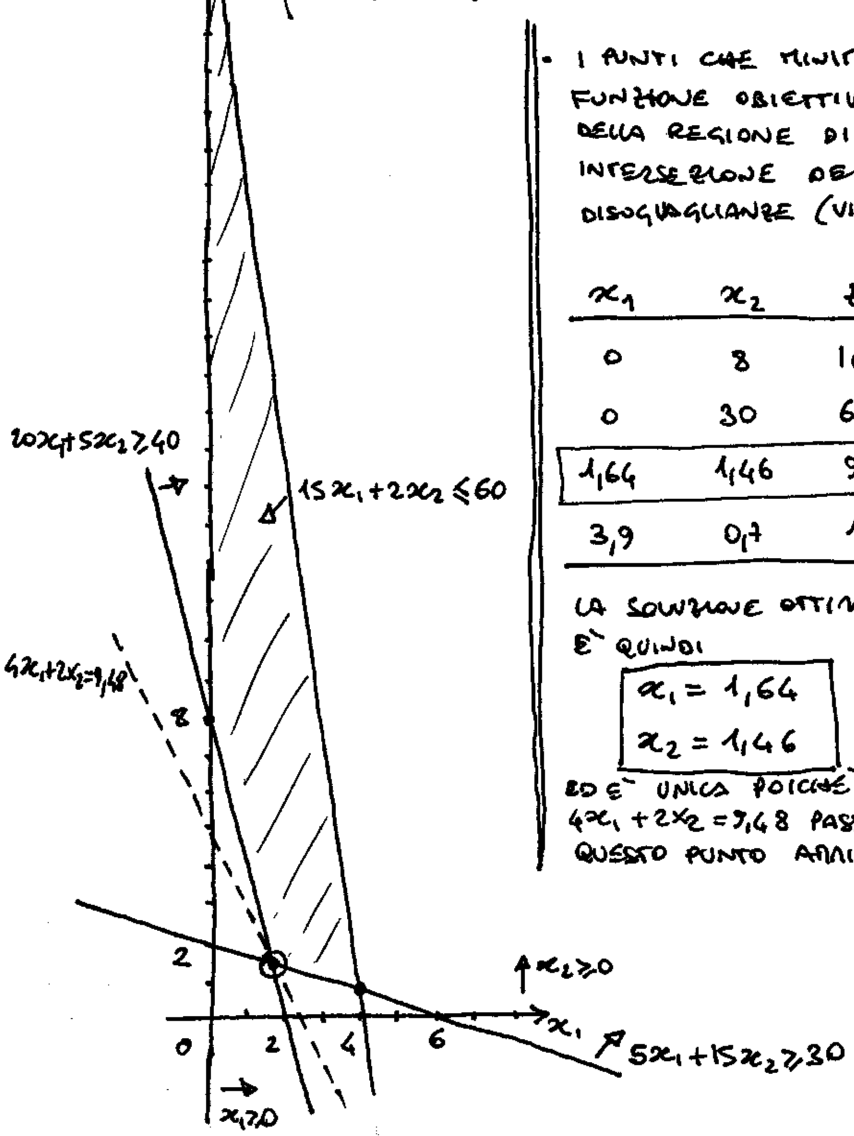
x_2 = NUMERO DELLE PORZIONI DI PATATE

VOGLIO TROVARE:

$$\min z = 4x_1 + 2x_2 \qquad \text{(MINIMIZZO I COSTI)}$$

DEVO SODDISFARE LA TABELLA NUTRIZIONALE, QUINDI:

$$\begin{cases} 5x_1 + 15x_2 \geq 30 & \text{(VINCOLO DEI CARBOIDRATI)} \\ 20x_1 + 5x_2 \geq 40 & \text{(VINCOLO DELLE PROTEINE)} \\ 15x_1 + 2x_2 \leq 60 & \text{(VINCOLO DEI GRASSI)} \\ \left.\begin{array}{l} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{array}\right\} & \text{VINCOLI DI NON-NEGATIVITÀ} \end{cases}$$



• I PUNTI CHE MINIMIZZANO O MASSIMIZZANO LA FUNZIONE OBIETTIVO z SI TROVANO SUI VERTICI DELLA REGIONE DI AMMISSIBILITÀ OTTENUTA COME INTERSEZIONE DEI SEMIPIANI INDIVIDUATI DALLE DISUGUAGLIANZE (VINCOLI).

x_1	x_2	z	
0	8	16	
0	30	60	
1,64	1,46	9,48	← MIN
3,9	0,7	17	

LA SOLUZIONE OTTIMALE È QUINDI

$$\boxed{\begin{array}{l} x_1 = 1,64 \\ x_2 = 1,46 \end{array}}$$

ED È UNICA POICHÉ LA RETTA $4x_1 + 2x_2 = 9,48$ PASSA SOLO PER QUESTO PUNTO AMMISSIBILE

~~[illegible]~~

I VERTICI INFERIORI DELLA REGIONE DI AMMISSIBILITÀ LI RICAVO COME INTERSEZIONE DELLE RETTE CHE DELIMITANO I PIANI:

$$\begin{cases} 5x_1 + 15x_2 = 30 \\ 20x_1 + 5x_2 = 40 \end{cases} \Downarrow \quad x_2 = \frac{120-40}{55} \simeq 1,46 \quad x_1 \simeq 1,64$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 15x_2 = 30 \\ 15x_1 + 2x_2 = 60 \end{cases} \Downarrow \quad x_2 = \frac{90-60}{43} \simeq 0,7 \quad x_1 \simeq 3,9$$

• FORMULA COME PROBLEMA PL IL SEGUENTE PROBLEMA E RISOLVILO CON IL METODO DEL SIMPLESSO.
UN'AZIENDA VENDE I SUOI PRODOTTI ONLINE SUL WEB [...]
DETERMINARE LA SCELTA CHE MINIMIZZA I COSTI TOTALI.

		PERIODO DI AFFITTO					SPAZI NECESSARI
		1	2	3	4	5	$\sum x_i \geq$
MESE	1	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	30'000
	2	x_6	x_7	x_8	x_9		20'000
	3	x_{10}	x_{11}	x_{12}			40000
	4	x_{13}	x_{14}				10
	5	x_{15}					50
COSTI		65	100	135	160	190	

ABBIAMO 5 VINCOLI DATI DA:

LO SPAZIO AFFITTATO IN UN DETERMINATO MESE, SOMMATO CON GLI SPAZI AFFITTATI NEI MESI PRECEDENTI PER PERIODI TALI DA COPRIRE IL MESE IN QUESTIONE, DEVE ESSERE ALMENO PARI A QUELLO NECESSARIO.

POSSO ESPRIMERE IL PROBLEMA DIRETTAMENTE IN FORMA STANDARD COMPATTA:

$$\begin{cases} \min z = c^T x \\ Ax = d \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$d = [30'000, 20'000, 40'000, 10, 50]^T$$

$$c = [65\ 100\ 135\ 160\ 190\ 65\ 100\ 135\ 160\ 65\ 100\ 135\ 65\ 100\ 65\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]^T$$

AGGIUNGO 5 VARIABILI DI SCARTO/SURPLUS PER TRASFORMARE LE DISUGUAGLIANZE IN UGUAGLIANZE

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

RISOLVO IL PROBLEMA PL UTILIZZANDO IL METODO DEL SIMPLESSO SOTTO FORMA DI TABELLA (VEDI RETRO)

CONTINUA DIETRO

METODO DEL SIMPLESSO:

SOLUZIONE DI PARTENZA			z_1-c_1	z_2-c_2	z_3-c_3	z_4-c_4	z_5-c_5	z_6-c_6	z_7-c_7	z_8-c_8	z_9-c_9	$z_{10}-c_{10}$	$z_{11}-c_{11}$	$z_{12}-c_{12}$	$z_{13}-c_{13}$	$z_{14}-c_{14}$	$z_{15}-c_{15}$	$z_{16}-c_{16}$	$z_{17}-c_{17}$	$z_{18}-c_{18}$	$z_{19}-c_{19}$	$z_{20}-c_{20}$	
			-30	-65		-25		-65		-35	-5	35	0	20	-65	-45	-10	-35		-100		-55	
c^B	x^B	$\hat{x}^B$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}	y_{12}	y_{13}	y_{14}	y_{15}	y_{16}	y_{17}	y_{18}	y_{19}	y_{20}	x_B/y_{ik}
135	x_3	29950	1	1		1		0		0	-1	0	0	-1	0	-1	-1	-1		0		1	
190	x_5	50	0	0		0		0		0	1	0	0	1	0	1	1	0		0		-1	
100	x_7	10000	-1	-1		0		0		1	1	1	1	1	0	0	0	1		-1		0	10K
0	x_{17}	20000	0	-1		0		-1		0	0	1	1	1	0	0	0	0		-1		0	
0	x_{19}	40	0	0		-1		0		-1	0	0	-1	0	-1	0	1	0		0		-1	

1ª ITERAZIONE			z_1-c_1	z_2-c_2	z_3-c_3	z_4-c_4	z_5-c_5	z_6-c_6	z_7-c_7	z_8-c_8	z_9-c_9	$z_{10}-c_{10}$	$z_{11}-c_{11}$	$z_{12}-c_{12}$	$z_{13}-c_{13}$	$z_{14}-c_{14}$	$z_{15}-c_{15}$	$z_{16}-c_{16}$	$z_{17}-c_{17}$	$z_{18}-c_{18}$	$z_{19}-c_{19}$	$z_{20}-c_{20}$	
			5	-30		-25		-65	-35	-70	-40		-35	-15	-65	-45	-10	-70		-65		-55	
c^B	x^B	$\hat{x}^B$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}	y_{12}	y_{13}	y_{14}	y_{15}	y_{16}	y_{17}	y_{18}	y_{19}	y_{20}	x_B/y_{ik}
135	x_3	29950	1	1		1		0	0	0	-1		0	-1	0	-1	-1	-1		0		1	29950
190	x_5	50	0	0		0		0	0	0	1		0	1	0	1	1	0		0		-1	
65	x_{10}	10000	-1	-1		0		0	1	1	1		1	1	0	0	0	1		-1		0	
0	x_{17}	10000	1	0		0		-1	-1	-1	-1		0	0	0	0	0	-1		0		0	10K
0	x_{19}	40	0	0		-1		0	0	-1	0		-1	0	-1	0	1	0		0		-1	

2ª ITERAZIONE			z_1-c_1	z_2-c_2	z_3-c_3	z_4-c_4	z_5-c_5	z_6-c_6	z_7-c_7	z_8-c_8	z_9-c_9	$z_{10}-c_{10}$	$z_{11}-c_{11}$	$z_{12}-c_{12}$	$z_{13}-c_{13}$	$z_{14}-c_{14}$	$z_{15}-c_{15}$	$z_{16}-c_{16}$	$z_{17}-c_{17}$	$z_{18}-c_{18}$	$z_{19}-c_{19}$	$z_{20}-c_{20}$	
				-30		-25		-60		-30	-65	-35		-35	-15	-65	-45	-10	-65	-5	-65	-55	
c^B	x^B	$\hat{x}^B$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}	y_{12}	y_{13}	y_{14}	y_{15}	y_{16}	y_{17}	y_{18}	y_{19}	y_{20}	x_B/y_{ik}
135	x_3	19950		1		1		1		1	1	0		0	-1	0	-1	-1	0	-1		1	
190	x_5	50		0		0		0		0	0	1		0	1	0	1	1	0	0		-1	
65	x_{10}	20000		-1		0		-1		0	0	0		1	1	0	0	0	0	1		0	
65	x_1	10000		0		0		-1		-1	-1	-1		0	0	0	0	0	-1	1		0	
0	x_{19}	40		0		-1		0		0	-1	0		-1	0	-1	0	1	0	0		-1	

LA SOLUZIONE OTTIMALE DI BASE È:

$x_3 = 19950$, $x_5 = 50$, $x_{10} = 20'000$, $x_1 = 10'000$, $x_{19} = 40$, LE RIMANENTI $x = 0$

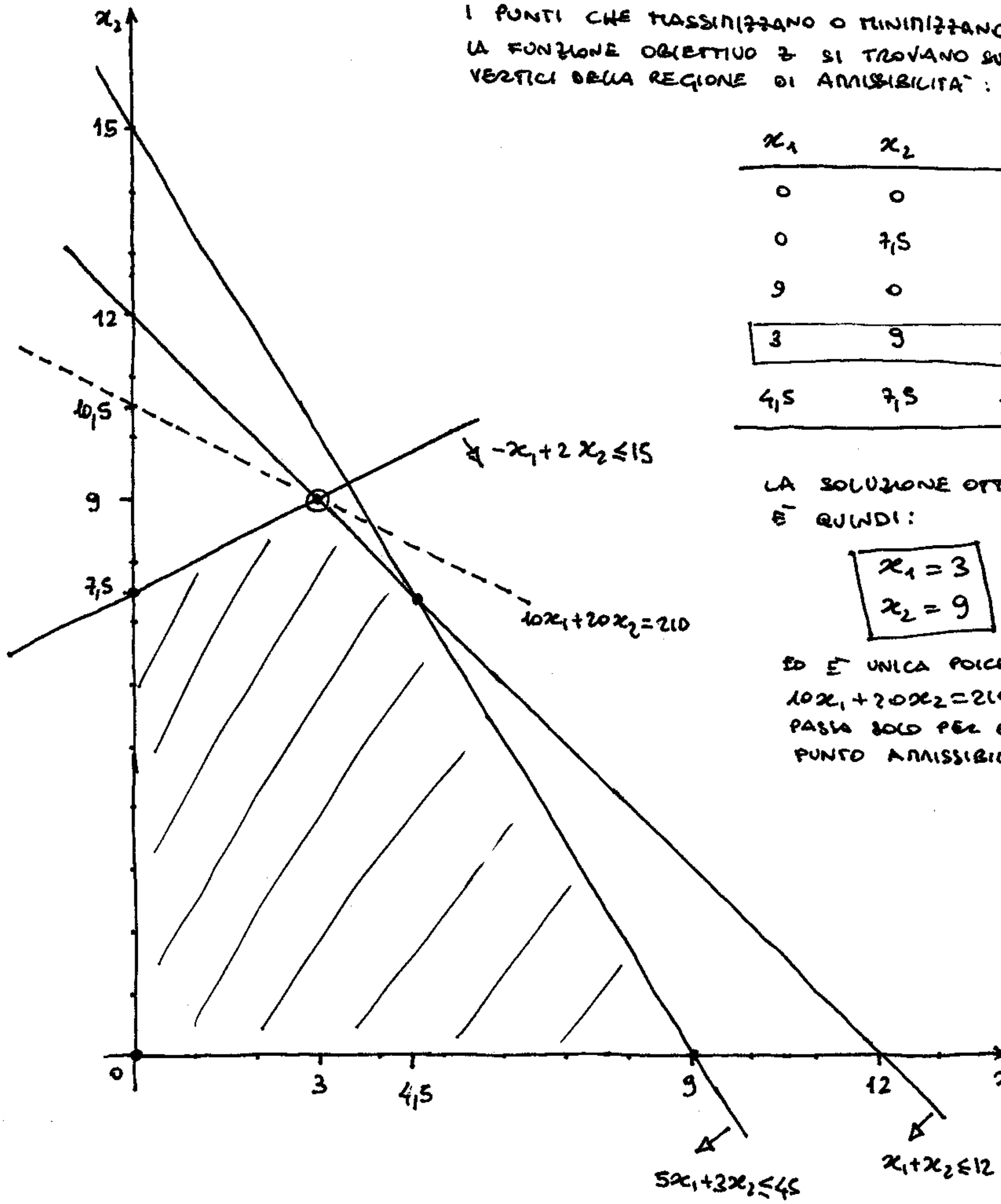
MIN $Z = 4'652'750$

QUINDI LA SCELTA CHE MINIMIZZA I COSTI TOTALI CONSISTE NELL'AFFITTARE IL PRIMO MESE UN MAGAZZINO DA 10'000 m^2 PER 1 MESE, UN MAGAZZINO DA 19950 m^2 PER 3 MESI ED UN MAGAZZINO DA 50 m^2 PER 5 MESI, POI AFFITTARE AL TERZO MESE UN MAGAZZINO DA 20'000 m^2.

• TROVA GRAFICAMENTE LA SOLUZIONE DEL SEGUENTE PROBLEMA PL

$$\begin{cases} \max \quad z = 10x_1 + 20x_2 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 15 \\ x_1 + x_2 \leq 12 \\ 5x_1 + 3x_2 \leq 45 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

POSTI x_1 ED x_2 LE COORDINATE DI UN PIANO CARTESIANO, LE DISUGUAGLIANZE (VINCOLI) INDIVIDUANO DEI SEMIPIANI. L'INTERSEZIONE DI QUESTI SEMIPIANI INDIVIDUA I PUNTI CHE SONO SOLUZIONI DEL NOSTRO PROBLEMA (REGIONE DI AMMISSIBILITÀ).



I PUNTI CHE MASSIMIZZANO O MINIMIZZANO LA FUNZIONE OBIETTIVO z SI TROVANO SUI VERTICI DELLA REGIONE DI AMMISSIBILITÀ:

x_1	x_2	z	
0	0	0	
0	7,5	150	
9	0	90	
3	9	210	← MAX
4,5	7,5	195	

LA SOLUZIONE OTTIMALE È QUINDI:

$$\boxed{\begin{aligned} x_1 &= 3 \\ x_2 &= 9 \end{aligned}}$$

ED È UNICA POICHÉ LA RETTA $10x_1 + 20x_2 = 210$ PASSA SOLO PER QUESTO PUNTO AMMISSIBILE.

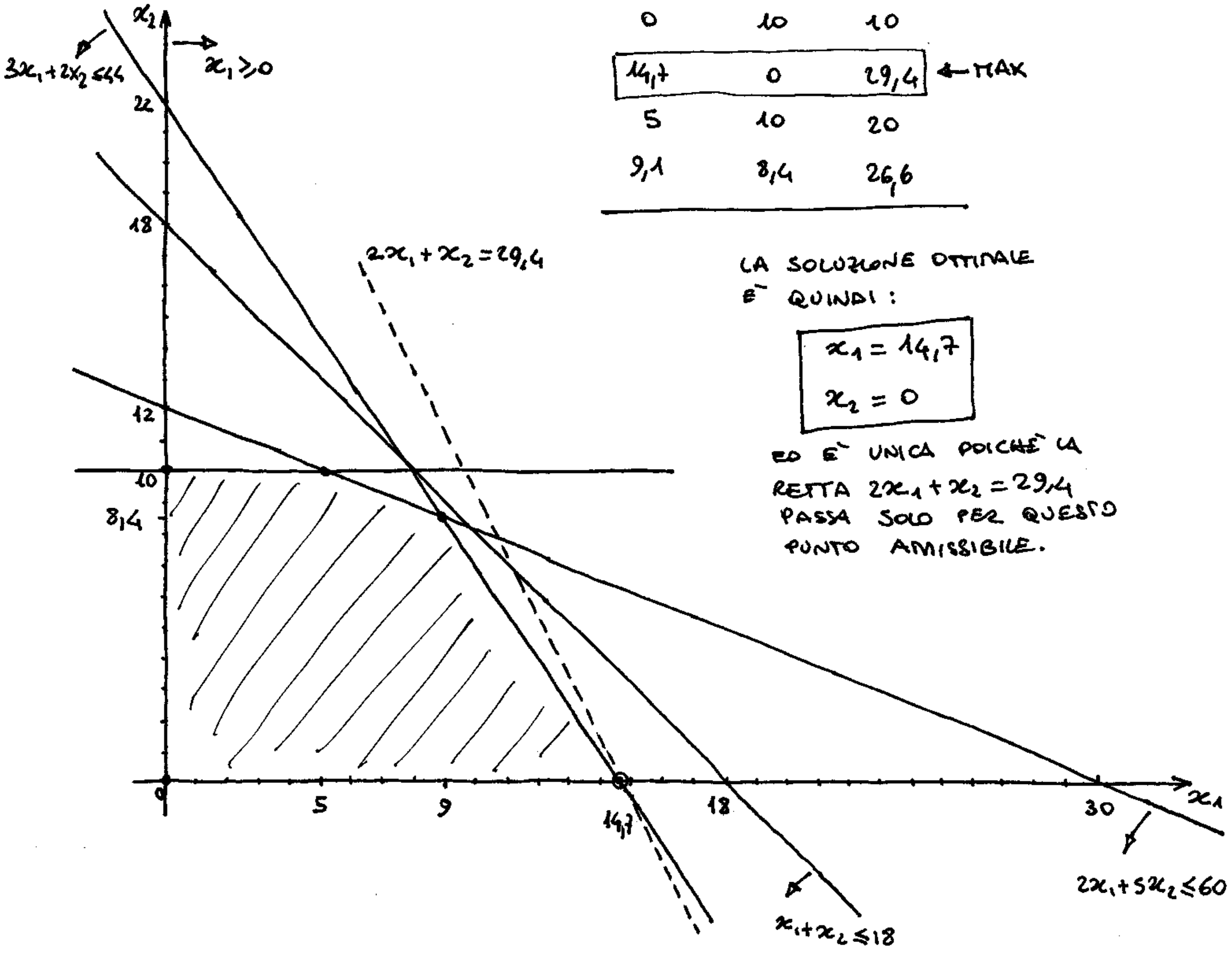
• TROVA GRAFICAMENTE LA SOLUZIONE DEL SEGUENTE PROBLEMA PL

$$\begin{cases} \max\ z = 2x_1 + x_2 \\ x_2 \leq 10 \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 60 \\ x_1 + x_2 \leq 18 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 44 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

POSTI x_1 ED x_2 LE COORDINATE DI UN PIANO CARTESIANO, LE DISEGUAGLIANZE (VINCOLI) INDIVIDUANO DEI SEMIPIANI. L'INTERSEZIONE DI QUESTI SEMIPIANI INDIVIDUA I PUNTI CHE SONO SOLUZIONI DEL NOSTRO PROBLEMA (REGIONE DI AMMISSIBILITA')

I PUNTI CHE MASSIMIZZANO O MINIMIZZANO LA FUNZIONE OBIETTIVO z SI TROVANO SUI VERTICI DELLA REGIONE DI AMMISSIBILITA':

x_1	x_2	z	
0	0	0	
0	10	10	
$\boxed{14{,}7}$	$\boxed{0}$	$\boxed{29{,}4}$	← MAX
5	10	20	
9,1	8,4	26,6	



LA SOLUZIONE OTTIMALE E' QUINDI:

$$\boxed{\begin{aligned} x_1 &= 14{,}7 \\ x_2 &= 0 \end{aligned}}$$

ED E' UNICA POICHE' LA RETTA $2x_1 + x_2 = 29{,}4$ PASSA SOLO PER QUESTO PUNTO AMMISSIBILE.

PL 7

· TROVA GRAFICAMENTE LA SOLUZIONE DEL SEGUENTE PROBLEMA PL.

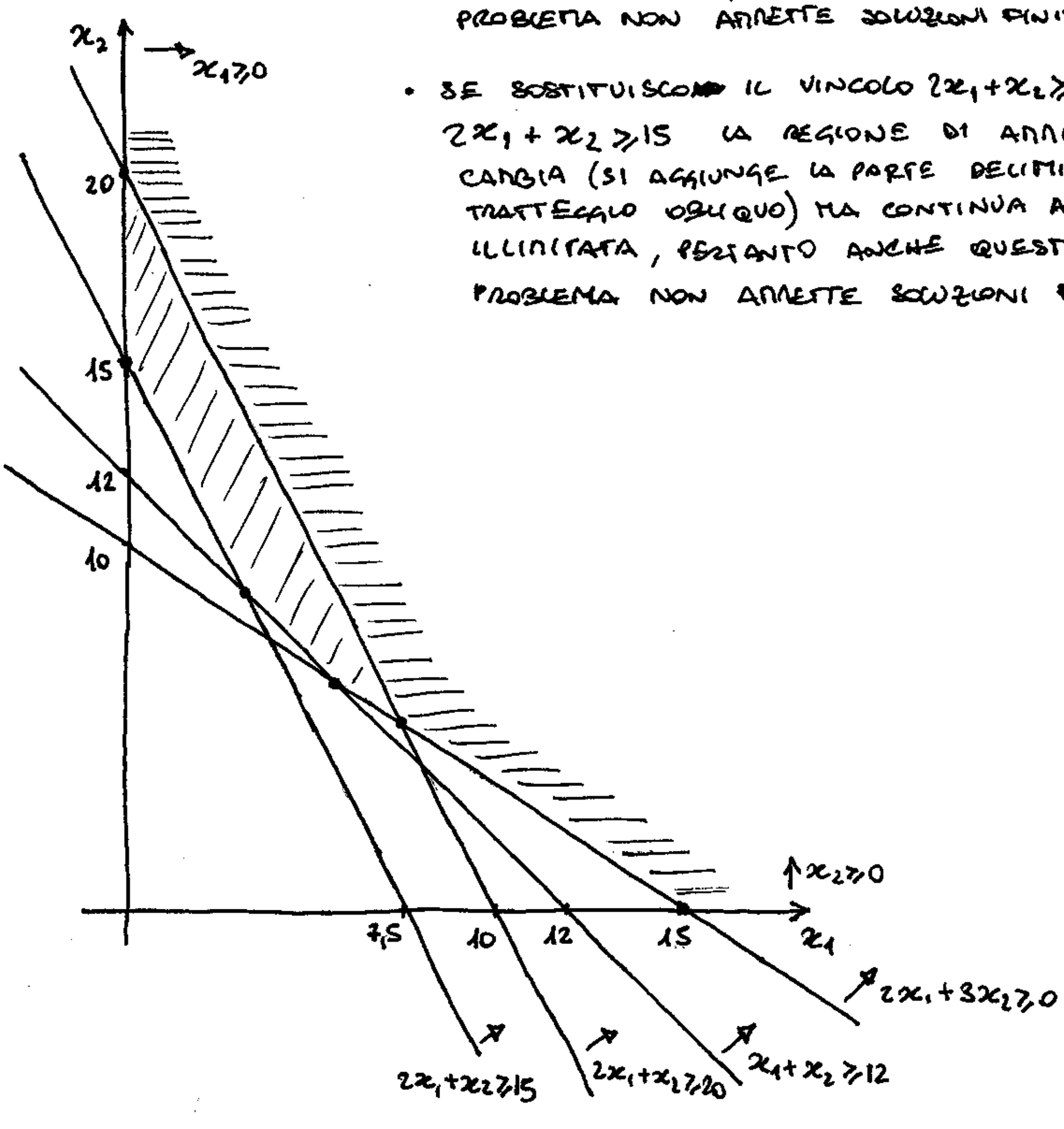
$$\begin{cases} \max\ z = 40x_1 + 50x_2 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 30 \\ x_1 + x_2 \geq 12 \\ 2x_1 + x_2 \geq 20 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

POSTI x_1 ED x_2 LE COORDINATE DI UN PIANO CARTESIANO, LE DISUGUAGLIANZE (VINCOLI) INDIVIDUANO DEI SEMIPIANI. L'INTERSEZIONE DI QUESTI SEMIPIANI INDIVIDUA I PUNTI CHE SONO SOLUZIONI DEL NOSTRO PROBLEMA (REGIONE DI AMMISSIBILITÀ).

- LA REGIONE DI AMMISSIBILITÀ TROVATA NON È CHIUSA PER VALORI POSITIVI DI x_1 E x_2, PERTANTO LA FUNZIONE OBIETTIVO z È MASSIMA PER VALORI DI x_1 ED x_2 CHE TENDONO A $+\infty$, QUINDI IL PROBLEMA NON AMMETTE SOLUZIONI FINITE.

- SE LA FUNZIONE OBIETTIVO CAMBIA IN $z = 40x_1 + 70x_2$, NON CAMBIA LA REGIONE DI AMMISSIBILITÀ, PERTANTO ANCHE QUESTO PROBLEMA NON AMMETTE SOLUZIONI FINITE.

- SE SOSTITUISCO IL VINCOLO $2x_1 + x_2 \geq 20$ CON $2x_1 + x_2 \geq 15$ LA REGIONE DI AMMISSIBILITÀ CAMBIA (SI AGGIUNGE LA PARTE DELIMITATA CON TRATTEGGIO OBLIQUO) MA CONTINUA A RIMANERE ILLIMITATA, PERTANTO ANCHE QUESTO PROBLEMA NON AMMETTE SOLUZIONI FINITE.



SIMPLESSO ORARIO PL8

• FORMULA COME PROBLEMA PL IL SEGUENTE PROBLEMA E RISOLVILO COL METODO DEL SIMPLESSO.

POSTO:

$$\begin{cases} x_1 = \text{N° PERSONE A TEMPO PIENO } 8\text{-}16 \\ x_2 = \text{N° PERSONE A TEMPO PIENO } 16\text{-}24 \\ x_3 = \text{N° PERSONE A TEMPO PARZIALE } 8\text{-}12 \\ x_4 = \text{N° PERSONE A TEMPO PARZIALE } 12\text{-}16 \\ x_5 = \text{N° PERSONE A TEMPO PARZIALE } 16\text{-}20 \\ x_6 = \text{N° PERSONE A TEMPO PARZIALE } 20\text{-}24 \end{cases}$$

x_1, x_2 COSTANO 14 EUR/ORA

x_3, x_4, x_5, x_6 COSTANO 12 EUR/ORA

$\Rightarrow$ FORMULO IL PROBLEMA PL

$$\begin{cases} \min z = 14x_1 + 14x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 + 12x_6 \\ x_1 \geq 2 \\ x_2 \geq 2 \\ x_1 + x_3 \geq 4 \\ x_1 + x_4 \geq 8 \\ x_2 + x_5 \geq 10 \\ x_2 + x_6 \geq 6 \\ x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{cases}$$

TRASFORMO IL PROBLEMA IN FORMA STANDARD:

$$\begin{cases} \min z = 14x_1 + 14x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 + 12x_6 \\ x_1 - x_7 = 2 \\ x_2 - x_8 = 2 \\ x_1 + x_3 - x_9 = 4 \\ x_1 + x_4 - x_{10} = 8 \\ x_2 + x_5 - x_{11} = 10 \\ x_2 + x_6 - x_{12} = 6 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ FORMA STANDARD COMPATTA: $\begin{cases} \min z = c^T x \\ Ax = d \\ x \geq 0 \end{cases}$

$c = [14\ 14\ 12\ 12\ 12\ 12\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]^T$

$d = [2\ 2\ 4\ 8\ 10\ 6]^T$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

APPLICO IL SIMPLESSO:

SOLUZIONE DI PARTENZA			z_1-c_1	z_2-c_2	z_3-c_3	z_4-c_4	z_5-c_5	z_6-c_6	z_7-c_7	z_8-c_8	z_9-c_9	$z_{10}-c_{10}$	$z_{11}-c_{11}$	$z_{12}-c_{12}$	
									10	10	-12	-12	-12	-12	
c^B	x^B	$\hat{x}^B$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}	y_{12}	$\hat{x}_{sk}/y_{sk}$
14	x_1	2							-1	0	0	0	0	0	
14	x_2	2							0	-1	0	0	0	0	
12	x_3	2							1	0	-1	0	0	0	2
12	x_4	6							1	0	0	-1	0	0	
12	x_5	8							0	1	0	0	-1	0	
12	x_6	4							0	1	0	0	0	-1	

PRIMA ITERAZIONE			z_1-c_1	z_2-c_2	z_3-c_3	z_4-c_4	z_5-c_5	z_6-c_6	z_7-c_7	z_8-c_8	z_9-c_9	$z_{10}-c_{10}$	$z_{11}-c_{11}$	$z_{12}-c_{12}$	
					-10					10	-2	-12	-12	-12	
c^B	x^B	$\hat{x}^B$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}	y_{12}	$\hat{x}_{sk}/y_{sk}$
14	x_1	4			1					0	-1	0	0	0	
14	x_2	2			0					-1	0	0	0	0	
0	x_7	2			1					0	-1	0	0	0	
12	x_4	4			-1					0	0	-1	0	0	
12	x_5	8			0					1	0	0	-1	0	8
12	x_6	4			0					1	0	0	0	-1	4

SECONDA ITERAZIONE			z_1-c_1	z_2-c_2	z_3-c_3	z_4-c_4	z_5-c_5	z_6-c_6	z_7-c_7	z_8-c_8	z_9-c_9	$z_{10}-c_{10}$	$z_{11}-c_{11}$	$z_{12}-c_{12}$	
					-10			-10			-2	-12	-12	-2	
c^B	x^B	$\hat{x}^B$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}	y_{12}	$\hat{x}_{sk}/y_{sk}$
14	x_1	4			1			0			-1	0	0	0	
14	x_2	6			0			1			0	0	0	-1	
0	x_7	2			1			0			-1	0	0	0	
12	x_4	4			-1			0			1	-1	0	0	
12	x_5	4			0			-1			0	0	-1	1	
0	x_8	4			0			1			0	0	0	-1	

LA SOLUZIONE DI BASE OTTIMALE È:

$\min z = 236$, $x_1 = 4$, $x_2 = 6$, $x_3 = 0$, $x_4 = 4$, $x_5 = 4$, $x_6 = 0$, $x_7 = 2$
$x_8 = 4$, $x_9 = 0$, $x_{10} = 0$, $x_{11} = 0$, $x_{12} = 0$

• UTILIZZA IL METODO DEL SIMPLESSO IN FORMA DI TABELLA PER RISOLVERE IL SEGUENTE PROBLEMA.

$$\begin{cases} \max\ z = -x_1 + x_2 + 2x_3 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 20 \\ -2x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 60 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 50 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \xrightarrow[\text{STANDARD}]{\text{FORMA}} \begin{cases} \min\ z = x_1 - x_2 - 2x_3 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 20 \\ -2x_1 + 4x_2 + x_3 + x_5 = 60 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_6 = 50 \\ x_1, x_2, x_3, \cancel{x_4}, x_5, x_6 \geq 0 \end{cases}$$

HO TRASFORMATO IL PROBLEMA PL IN FORMA STANDARD MINIMIZZANDO LA FUNZIONE OBIETTIVO z E TRASFORMANDO LE DISUGUAGLIANZE IN UGUAGLIANZE TRAMITE L'AGGIUNTA DI VARIABILI DI SCARTO/SURPLUS.

SCRIVO ORA IL PROBLEMA IN FORMA STANDARD COMPATTA:

$$\begin{cases} \min\ z = c^T x \\ Ax = d \\ x \geq 0 \end{cases} \quad \text{CON} \quad \begin{cases} c = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \\ d = \begin{bmatrix} 20 & 60 & 50 \end{bmatrix}^T \\ A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{cases}$$

SOLUZIONE DI PARTENZA			$z_1 - c_1$	$z_2 - c_2$	$z_3 - c_3$	$z_4 - c_4$	$z_5 - c_5$	$z_6 - c_6$	
			-1	1	2				
C^B	x^B	$\hat{x}^B$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	$\hat{x}_{sk}/y_{sk}$
0	x_4	20	1	2	-1				[illegible]
0	x_5	60	-2	4	1				60
0	x_6	50	2	3	1				50

PRIMA ITERAZIONE			$z_1 - c_1$	$z_2 - c_2$	$z_3 - c_3$	$z_4 - c_4$	$z_5 - c_5$	$z_6 - c_6$	
			-5	-5				-2	≤ 0
C^B	x^B	$\hat{x}^B$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	$\hat{x}_{sk}/y_{sk}$
0	x_4	70	3	5				1	
0	x_5	10	-4	1				-1	
-2	x_3	50	2	3				1	

LA SOLUZIONE DI BASE OTTIMALE È:

$\min z = -100$, $\quad x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 50$, $x_4 = 70$, $x_5 = 10$, $x_6 = 0$

$\max z = 100$

ES 10

SIMPLESSO

• UTILIZZA IL METODO DEL SIMPLESSO IN FORMA DI TABELLA PER RISOLVERE IL SEGUENTE PROBLEMA.

$$\begin{cases} \max\ z = 2x_1 - x_2 + x_3 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 \leq 6 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 \leq 2 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \xRightarrow{\text{FORMA STANDARD}} \begin{cases} \min\ z = -2x_1 + x_2 - x_3 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_5 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_6 = 2 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{cases}$$

HO TRASFORMATO IL PROBLEMA IN FORMA STANDARD MINIMIZZANDO LA FUNZIONE OBIETTIVO z E TRASFORMANDO LE DISUGUAGLIANZE IN UGUAGLIANZE TRAMITE L'AGGIUNTA DI VARIABILI DI SCARTO / SURPLUS.

SCRIVO ORA IL PROBLEMA IN FORMA STANDARD COMPATTA:

$$\begin{cases} \min\ z = c^T x \\ Ax = d \\ x \geq 0 \end{cases} \quad \text{CON} \quad \begin{cases} c = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \\ d = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 2 \end{bmatrix}^T \\ A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{cases}$$

SOLUZIONE DI PARTENZA			z_1-c_1	z_2-c_2	z_3-c_3	z_4-c_4	z_5-c_5	z_6-c_6	
			2	-1	1				
c^B	x^B	$\hat{x}^B$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	$\hat{x}_{sk}/y_{sk}$
0	x_4	6	3	1	1				2
0	x_5	1	1	-1	2				1
0	x_6	2	1	1	-1				2

PRIMA ITERAZIONE			z_1-c_1	z_2-c_2	z_3-c_3	z_4-c_4	z_5-c_5	z_6-c_6	
				1	-3		-2		
c^B	x^B	$\hat{x}^B$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	$\hat{x}_{sk}/y_{sk}$
0	x_4	3		4	-5		-3		0.75
-2	x_1	1		-1	2		1		
0	x_6	1		2	-3		-1		0.5

SECONDA ITERAZIONE			z_1-c_1	z_2-c_2	z_3-c_3	z_4-c_4	z_5-c_5	z_6-c_6	
					-1,5		-1.5	-0.5	≤ 0
c^B	x^B	$\hat{x}^B$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	$\hat{x}_{sk}/y_{sk}$
0	x_4	1			1		-1	-2	
-2	x_1	1.5			0.5		0.5	0.5	
1	x_2	0.5			-1.5		-0.5	0.5	

LA SOLUZIONE DI BASE OTTIMALE È:

MIN $z = -2,5$, $x_1 = 1,5$, $x_2 = 0,5$, $x_3 = 0$, $x_4 = 1$, $x_5 = 0$, $x_6 = 0$

MAX $z = 2,5$

- DATO IL SEGUENTE PROBLEMA DI PL

$$\begin{cases} \max\ z = 4x_1 + 2x_2 \\ 2x_1 \leq 16 \quad \text{(RISORSA 1)} \\ x_1 + 3x_2 \geq 17 \quad \text{(RISORSA 2)} \\ x_2 \leq 5 \quad \text{(RISORSA 3)} \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

RISOLVI IL PROBLEMA GRAFICAMENTE.

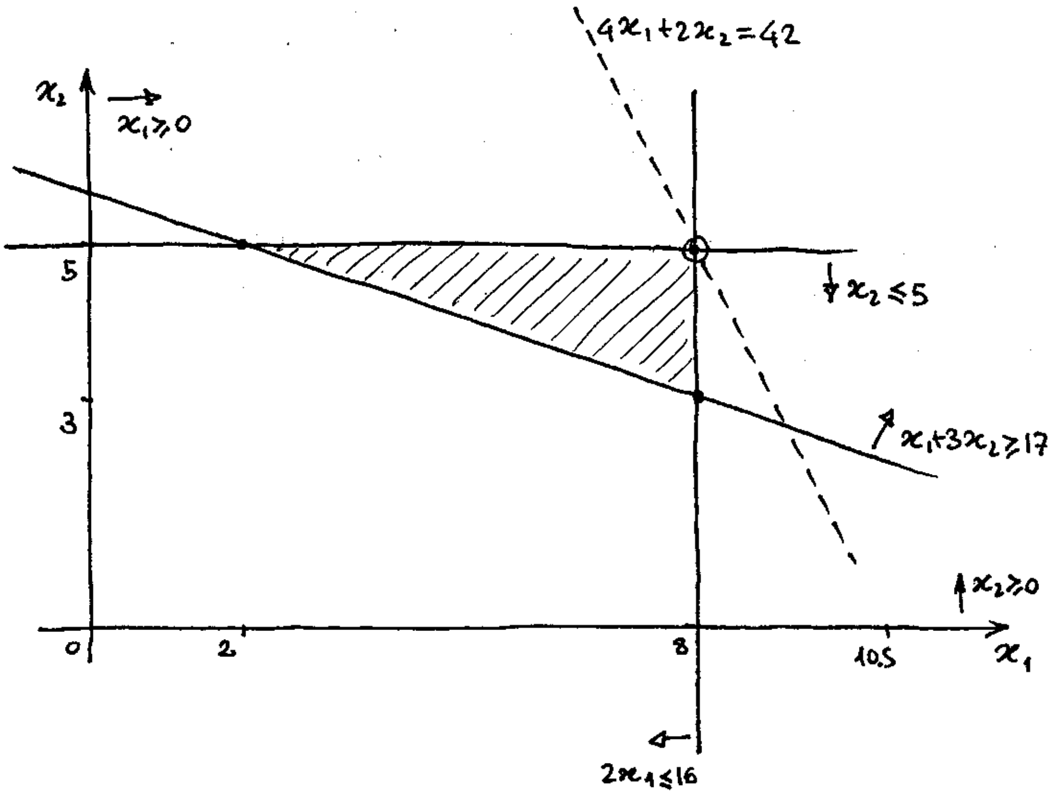
POSTI x_1 ED x_2 LE COORDINATE DI UN PIANO CARTESIANO, LE DISUGUAGLIANZE (VINCOLI) INDIVIDUANO DEI SEMIPIANI. L'INTERSEZIONE DI QUESTI SEMIPIANI INDIVIDUA I PUNTI CHE SONO SOLUZIONI DEL NOSTRO PROBLEMA (REGIONE DI AMMISSIBILITÀ).

I PUNTI CHE MASSIMIZZANO O MINIMIZZANO LA FUNZIONE OBIETTIVO z SI TROVANO SUI VERTICI DELLA REGIONE DI AMMISSIBILITÀ:

x_1	x_2	z	
2	5	18	
8	5	42	← MAX
8	3	38	

LA SOLUZIONE OTTIMALE È QUINDI: $\boxed{x_1 = 8 \quad x_2 = 5}$

ED È ~~[illegible]~~ UNICA POICHÉ LA RETTA $4x_1 + 2x_2 = 42$ PASSA SOLO PER QUESTO PUNTO AMMISSIBILE.



CONTINUA DIETRO →

PER TROVARE I PREZZI OMBRA TRASFORMO IL PROBLEMA PRIMALE IN PROBLEMA DUALE:

$$\begin{cases} \min w = 16u_1 - 17u_2 + 5u_3 \\ 2u_1 - u_2 \geq 4 \\ -3u_2 + u_3 \geq 2 \\ u_1, u_2, u_3 \geq 0 \end{cases} \xrightarrow[\text{STANDARD}]{\text{FORMA}} \begin{cases} \min w = 16u_1 - 17u_2 + 5u_3 \\ 2u_1 - u_2 - u_4 = 4 \\ -3u_2 + u_3 - u_5 = 2 \\ u_1, u_2, u_3, u_4, u_5 \geq 0 \end{cases}$$

HO TRASFORMATO IL PROBLEMA IN FORMA STANDARD MINIMIZZANDO LA FUNZIONE OBIETTIVO W E TRASFORMANDO LE DISUGUAGLIANZE IN UGUAGLIANZE TRAMITE L'AGGIUNTA DI VARIABILI DI SCARTO/SURPLUS.

SCRIVO IL PROBLEMA IN FORMA STANDARD COMPATTA:

$$\begin{cases} \min w = c^T u \\ Au = d \\ u \geq 0 \end{cases} \quad \text{CON} \quad c = [16 \ -17 \ 5 \ 0 \ 0]^T \quad d = [4 \ 2]^T \quad A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

APPLICO L'ALGORITMO DEL SIMPLESSO SOTTO FORMA DI TABELLA.
NOTA: LE COLONNE 1 E 3 DELLA MATRICE A FORMANO UNA BASE.

SOLUZIONE DI PARTENZA			z_1-c_1	z_2-c_2	z_3-c_3	z_4-c_4	z_5-c_5	
				-6		-8	-5	≤ 0
c^B	u^B	$\hat{u}^B$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	$\hat{u}_{sk}/y_{sk}$
16	u_1	2		$-0{,}5$		$-0{,}5$	0	
5	u_3	2		-3		0	-1	

LA SOLUZIONE DI BASE OTTIMALE È:

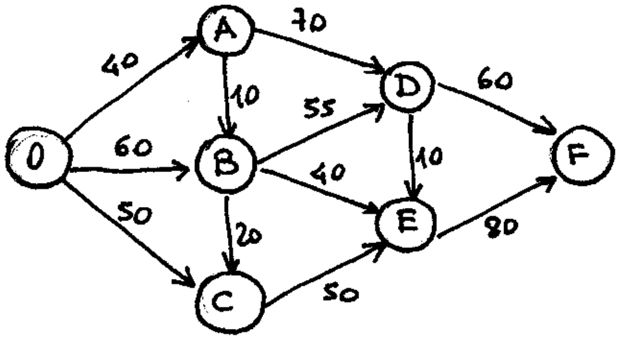
$\min w = 42$, $u_1 = 2$, $u_2 = 0$, $u_3 = 2$, $u_4 = 0$, $u_5 = 0$

u_1 È IL PREZZO OMBRA RELATIVO ALLA RISORSA 1, PER AUMENTARE Z DI 15 , ~~u_1~~ LA RISORSA 1 VA AUMENTATA DI: $\frac{15}{u_1} = \frac{15}{2} = 7{,}5$ UNITÀ.

[...]

- TROVA IL CAMMINO MINIMO TRA LA CITTÀ DI ORIGINE E LA DESTINAZIONE UTILIZZANDO L'ALGORITMO DI DIJKSTRA.

TRASFORMO LA TABELLA IN UN GRAFO:



APPLICO L'ALGORITMO DI DIJSTRA:

0 ORIGINE	A	B	C	D	E	F DESTINAZIONE
$\boxed{0}$ 0 0	40 OA 1	60 OB 1	50 OC 1	∞	∞	∞
$\boxed{0}$ 0 0	$\boxed{40}$ OA 1	50 OAB 2	50 OC 1	110 OAD 2	∞	∞
$\boxed{0}$ 0 0	$\boxed{40}$ OA 1	50 OAB 2	$\boxed{50}$ OC 1	110 OAD 2	100 OCE 2	∞
$\boxed{0}$ 0 0	$\boxed{40}$ OA 1	$\boxed{50}$ OAB 2	$\boxed{50}$ OC 1	105 OABD 3	90 OABE 3	∞
$\boxed{0}$ 0 0	$\boxed{40}$ OA 1	$\boxed{50}$ OAB 2	$\boxed{50}$ OC 1	105 OABD 3	$\boxed{90}$ OABE 3	170 OABEF 4
$\boxed{0}$ 0 0	$\boxed{40}$ OA 1	$\boxed{50}$ OAB 2	$\boxed{50}$ OC 1	$\boxed{105}$ OABD 3	$\boxed{90}$ OABE 3	165 OABDF 4

IL CAMMINO MINIMO TRA LA CITTÀ DI ORIGINE E QUELLA DI DESTINAZIONE È:

ORIGINE → A → B → D → F (DESTINAZIONE)

PARI A 165 Km

COMPAGNIA AEREA

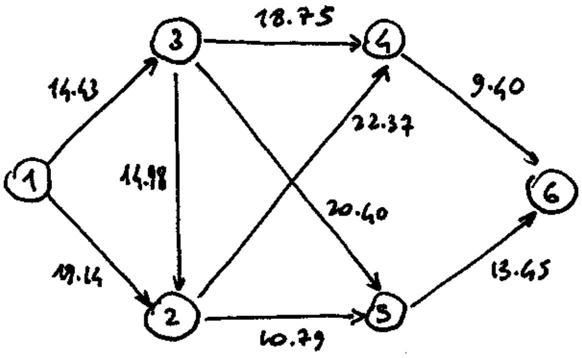
22

• UNA COMPAGNIA AEREA GIORNALMENTE GESTISCE UN VOLO DA VENEZIA A CAGLIARI [...]

CCV = (CONSUMO SENZA VENTO) · (1 − cos (DIREZIONE) · VELOCITÀ / 1000)

CALCOLO CCV PER OGNI AEREOVIA

AEREOVIA	DIREZIONE	VELOCITÀ	CCV
1-3	0.2	100	14.43
1-2	1	80	19.14
2-4	-2	40	22.37
2-5	3	80	10.79
3-2	-1.5	20	14.98
3-4	2	100	18.75
3-5	-3	20	20.40
4-6	0	60	9.40
5-6	0.2	40	13.45



APPLICO L'ALGORITMO DI DIJKSTRA PER TROVARE IL CAMMINO MINIMO:

1 VENEZIA	2	3	4	5	6 CAGLIARI
$\boxed{0}$ 1 0	19.14 12 1	14.43 13 1	∞	∞	∞
$\boxed{0}$ 1 0	19.14 12 1	$\boxed{14.43}$ 13 1	33.18 134 2	34.83 135 2	∞
$\boxed{0}$ 1 0	$\boxed{19.14}$ 12 1	$\boxed{14.43}$ 13 1	33.18 134 2	29.93 125 2	∞
$\boxed{0}$ 1 0	$\boxed{19.14}$ 12 1	$\boxed{14.43}$ 13 1	33.18 134 2	$\boxed{29.93}$ 125 2	43.38 1256 3
$\boxed{0}$ 1 0	$\boxed{19.14}$ 12 1	$\boxed{14.43}$ 13 1	$\boxed{33.18}$ 134 2	$\boxed{29.93}$ 125 2	42.58 1346 3

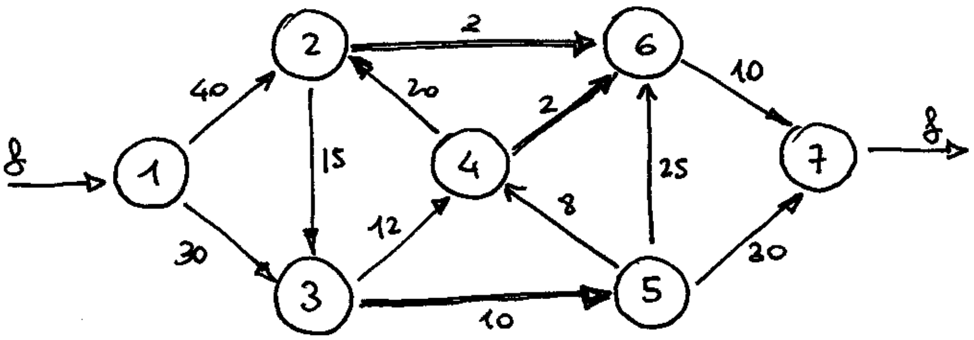
IL CAMMINO MINIMO TRA VENEZIA E CAGLIARI È:

$1 \to 3 \to 4 \to 6$

PARI A 42.58

TAGLIO R4

• TROVA IL TAGLIO DI CAPACITÀ MINIMA DELLA SEGUENTE RETE RIDOTTA IN CUI I NUMERI LUNGO GLI ARCHI INDICANO LE LORO CAPACITÀ:



APPLICO L'ALGORITMO DI FORD-FULKERSON PER DETERMINARE IL FLUSSO MASSIMO ED INDIVIDUARE IL TAGLIO MINIMO:

	f	1-2	1-3	2-3	2-6	3-4	3-5	4-2	4-6	5-4	5-6	5-7	6-7	f
CAPACITÀ	∞	40	30	15	3	12	10	20	2	8	25	30	10	∞
FLUSSI 1-2-6-7	3	3	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	3	3
1-3-5-7	13	3	10	0	3	0	10	0	0	0	0	10	3	13
1-3-4-6-7	15	3	12	0	3	2	10	0	2	0	0	10	5	15

IL FLUSSO MASSIMO È 15

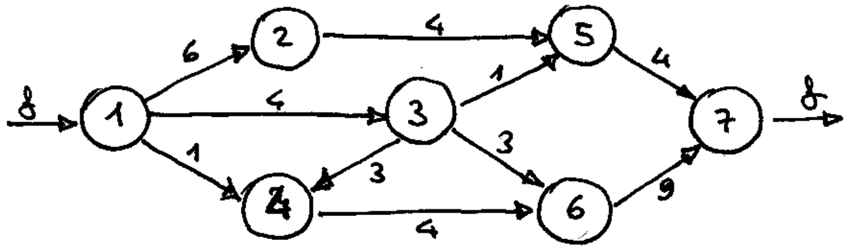
IL TAGLIO DI CAPACITÀ MINIMA È $\{(2\text{-}6), (4\text{-}6), (3,5)\}$

LA CAPACITÀ DEL TAGLIO È 15, OVVERO LA MINIMA POSSIBILE PER UN TAGLIO.

R5

MAX FLUSSO

• TROVA IL MASSIMO FLUSSO NELLA SEGUENTE RETE IN CUI I NUMERI LUNGO GLI ARCHI INDICANO LE LORO CAPACITÀ:

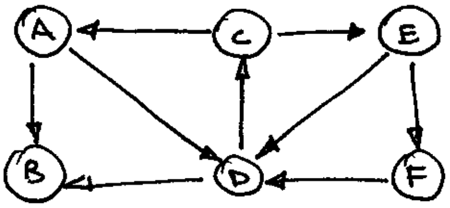


APPLICO L'ALGORITMO DI FORD-FULKERSON PER DETERMINARE IL FLUSSO MASSIMO:

		δ	1-2	1-3	1-4	2-5	3-4	3-5	3-6	4-6	5-7	6-7	δ
	CAPACITÀ:	∞	6	4	1	4	3	1	3	4	4	9	∞
FLUSSI	1-2-5-7	4	4	0	0	4	0	0	0	0	4	0	4
	1-3-6-7	7	4	3	0	4	0	0	3	0	4	3	7
	1-3-4-6-7	8	4	4	0	4	1	0	3	1	4	4	8
	1-4-6-7	9	4	4	1	4	1	0	3	2	4	5	9

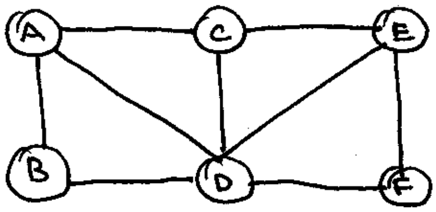
IL FLUSSO MASSIMO È: 9

TROVA IL MINIMO ALBERO DI SUPPORTO DEL SEGUENTE GRAFO ORIENTATO:

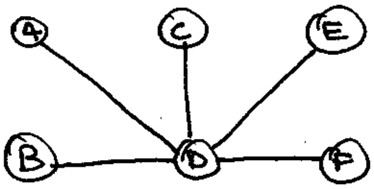


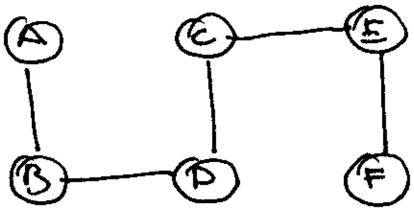
IL GRAFO È ORIENTATO, PERTANTO L'ALBERO MINIMO DI SUPPORTO NON ESISTE.

CONVERTENDO QUESTO GRAFO IN UN GRAFO ORIENTATO:



ED ASSEGNANDO UGUALE PESO AD OGNI ARCO, POSSIAMO OTTENERE DIVERSI ALBERI MINIMI DI SUPPORTO, AD ESEMPIO



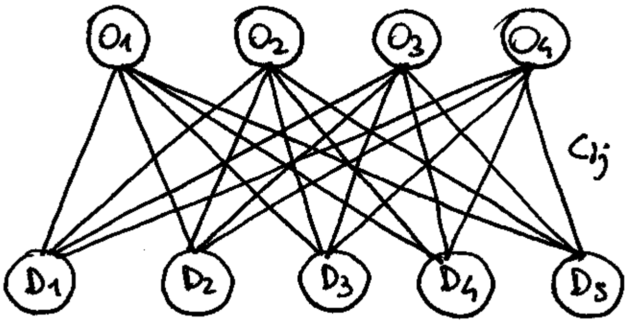


F.M — NORD-OVEST

• AD UN PROBLEMA DI TRASPORTO SIA ASSOCIATA LA SEGUENTE TABELLA [...]
DETERMINA UNA SOLUZIONE DI BASE UTILIZZANDO IL METODO NORD-OVEST.
QUINDI MIGLIORA IL VALORE DELLA FUNZIONE OBIETTIVO

SCRIVO IL PROBLEMA IN FORMA STANDARD:

$$\begin{cases} \min \; z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \\ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \quad i=1,\dots,m \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \quad j=1,\dots,n \\ x_{ij} \geq 0 \end{cases}$$



METODO NORD-OVEST PER TROVARE UNA SOLUZIONE INIZIALE DI BASE:

	1	2	3	4	5	a_i
1	2 (4)	4	6	5	7	~~4~~ 0
2	7 (0)	6 (4)	3 (2)	40	4	~~6~~ 2 ~~4~~ 0
3	8	7	5 (2)	2 (4)	5	~~6~~ ~~4~~ 0
4	0	0	0	0 (0)	0 (4)	~~4~~ 4
b_j	~~4~~ 0	~~4~~ 0	~~4~~ ~~2~~ 0	~~4~~ 0	~~4~~ 0	

SOLUZIONE INIZIALE DI BASE: $x_{11}=4,\ x_{21}=0,\ x_{22}=4,\ x_{23}=2,\ x_{33}=2,\ x_{34}=4,\ x_{44}=0,\ x_{45}=4$

$z = 4\cdot 2 + 4\cdot 6 + 2\cdot 3 + 2\cdot 5 + 4\cdot 2 = 56$

MIGLIORO LA SOLUZIONE CON L'ALGORITMO DEL TRASPORTO:

$\bar u_p$ \ $\bar v_q$	1: 2, 2, 2, 2	2: 1, 1, 5, 2	3: -2, -2, 2, -1	4: -5, -5, -1, -1	5: -5, 2, 2, 2
1 — 0	2 — / -, -, -, -, - / 4, 4, 4, 4, 4	4 — / -3, -3, 1, -2, -2	6 — / -8, -8, -4, -7, -7	5 — / -10, -10, -6, -6, -6	7 — / -12, -5, -5, -5, -5
2 — 5, 5, 1, 4	7 — / -, -, -4, -1, -1 / 0	6 — / 4, 4, 4, 2, 0	3 — / 2, 2, 2, 4, 4	40 — / -40, -40, -40, -37, -37	4 — / -4, 3, -1, 2 / 2
3 — 7, 7, 3, 3	8 — / 1, 1, -3, -3, -3	7 — / 1, 1, 1, -2, -2	5 — / -3, -3 / 2, 2, 2, 2	2 — / 4, 4, 4, 4, 4	5 — / -3, 4 / 0, 2, 2
4 — -5, -2, -2, -2	0 — / 7 / 0, 0, 0, 0, 0	0 — / 6, -1, 3 / 4	0 — / 3, -4, 0, -3, -3	0 — / -7, -3, -3, -3 / 0	0 — / 0 / 4, 4, 2

c_{ij}

$\bar u_p + \bar v_q - c_{pq}$

x_{ij}

SOLUZIONE OTTIMALE DI BASE
$$\begin{cases} x_{11}=4,\ x_{22}=0,\ x_{23}=4,\ x_{25}=5,\ x_{34}=4,\ x_{35}=2 \\ x_{41}=0,\ x_{42}=4 \end{cases}$$

$z = 4\cdot 2 + 4\cdot 3 + 2\cdot 4 + 4\cdot 2 + 2\cdot 5 = 46$

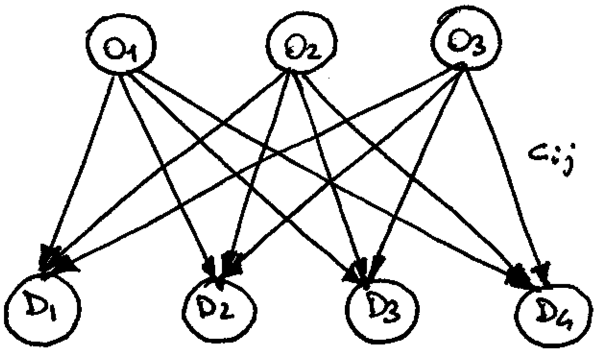
T2

BICICLETTE

UN'AZIENDA PRODUCE IN TRE STABILIMENTI BICICLETTE CHE SONO INVIATE A QUATTRO PUNTI DI DISTRIBUZIONE. [...]

POSTI O_1, O_2, O_3 GLI STABILIMENTI

E D_1, D_2, D_3, D_4 I CENTRI DI DISTRIBUZIONE:



PROBLEMA IN FORMA STANDARD:

$$\begin{cases} \min\ z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij} \\ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \qquad i = 1,\dots,m \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \qquad j = 1,\dots,n \qquad x_{ij} \geq 0 \end{cases}$$

COSTI = 100 EUR + DISTANZA · 0,50 EUR/km

RISCRIVO LA TABELLA SOSTITUENDO LE DISTANZE CON I COSTI ED APPLICO IL METODO NORD-OVEST PER TROVARE UNA SOLUZIONE INIZIALE DI BASE:

	1	2	3	4	a_i
1	500 (10)	750 (2)	300	450	12 2 0
2	650	800 (8)	400 (9)	600	17 9 0
3	400	700	500 (1)	550 (10)	11 10 0
b_j	10 0	10 8 0	10 1 0	10	

SOLUZIONE INIZIALE DI BASE: $x_{11}=10$, $x_{12}=2$, $x_{22}=8$, $x_{23}=9$, $x_{33}=1$, $x_{34}=10$

$z = 10\cdot 500 + 2\cdot 750 + 8\cdot 800 + 9\cdot 400 + 1\cdot 500 + 10\cdot 550 = 22'500$

MIGLIORO LA SOLUZIONE CON L'ALGORITMO DEL TRASPORTO

$\bar{u}_p$ \ $\bar{v}_q$	1	2	3	4
	500 500 300 450 400	750 750 750 750 750	350 350 350 350 300	400 650 450 450 450
1: 0	500 · – –200 –50 –100 · 10 9 – –	750 · – – – – –50 · 2 3 3 2 1	300 · 50 50 50 50 50 · – – – 2	450 · –50 200 – – · – 9 10 10
2: 50 50 50 50 100	650 · –100 –100 –300 –150 –150 · – – – –	800 · – – – – · 8 7 7 7 9	400 · – – – – · 9 10 10 10 8	600 · –150 100 –100 –100 –50 · – – – –
3: 150 –100 100 –50 0	400 · 250 – – – · 1 10 10 10	700 · 200 –50 150 – · – – 1 1	500 · –250 –50 –200 –200 · 1 – – –	550 · – – –150 –100 · 10 10 1 –

x_{ij}

$\bar{u}_p+\bar{v}_q-c_{pq}$

c_{ij}

LA SOLUZIONE OTTIMALE DI BASE È:

$x_{13}=2$, $x_{14}=10$, $x_{22}=9$, $x_{23}=8$, $x_{31}=10$, $x_{32}=1$

$z = 2\cdot 300 + 10\cdot 450 + 9\cdot 800 + 8\cdot 400 + 10\cdot 400 + 1\cdot 700 = 20'200$

LAVATRICI T3

- UN'AZIENDA PRODUCE IN DUE STABILIMENTI LAVATRICI CHE SONO INVIATE A TRE CENTRI DI DISTRIBUZIONE [...]

DETERMINARE PER CIASCUN STABILIMENTO QUANTE LAVATRICI DEVONO ESSERE PRODOTTE E QUANTE DEVONO ESSERE SPEDITE A CIASCUN CENTRO DI DISTRIBUZIONE.

IL PROBLEMA PUÒ ESSERE FORMULATO COME:

$$\begin{cases} \min \ z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n-1} c_{ij} x_{ij} \\ \sum_{j=1}^{n-1} x_{ij} \le a_i \quad i = 1,\dots,m \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge b_j \quad j = 1,\dots,n-1 \\ x_{ij} \ge 0 \end{cases} \xRightarrow{\text{FORMA STANDARD}} \begin{cases} \min \ z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \\ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \quad i = 1,\dots,m \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \quad i = 1,\dots,m \\ x_{ij} \ge 0 \end{cases}$$

SCRIVO QUINDI LA NUOVA TABELLA E CALCOLO LA SOLUZIONE INIZIALE DI BASE CON IL METODO NORD-OVEST:

	1	2	3	4	a_i
1	800 (20)	700 (20)	400 (10)	0	50 30 10 0
2	600	800	500 (10)	0 (40)	50 40 0
	20 0	20 0	20 10 0	40	

SOLUZIONE INIZIALE DI BASE: $x_{11} = 20$, $x_{12} = 20$, $x_{13} = 10$, $x_{23} = 10$, $x_{24} = 40$

$z = 20 \cdot 800 + 20 \cdot 700 + 10 \cdot 400 + 10 \cdot 500 = 39'000$

$\bar{u}_p$ \ $\bar{V}_q$	1 800 800 600	2 700 700 700	3 400 400 400	4 −100 200 0
1: 0	800 | − − −200 | 20 10 −	700 | − − − | 20 20 20	400 | − − − | 10 20 20	0 | −100 200 − | − 10
2: 100 −200 0	600 | 300 − − | − 10 20	800 | 0 −300 −100 | − − −	500 | − −300 −100 | 10 − −	0 | − − − | 40 40 30

x_{ij}

$\bar{u}_p + \bar{V}_p - c_{pq}$

c_{ij}

LA SOLUZIONE OTTIMALE DI BASE È:

$x_{1,2} = 20$, $x_{13} = 20$, $x_{14} = 10$, $x_{21} = 20$, $x_{24} = 30$

$z = 20 \cdot 700 + 20 \cdot 400 + 20 \cdot 600 = 34'000$

- ILLUSTRA I GRAFI G E T ASSOCIATI AL SEGUENTE PROBLEMA DI TRASPORTO

$$\min \quad z = 4x_{11} + 6x_{12} + 4x_{12} + 4x_{21} + 2x_{22} + 6x_{23}$$

$$\begin{array}{llllllr}
x_{11} + & x_{12} + & x_{13} & & & & \leq 12 \\
 & & & x_{21} + & x_{22} + & x_{23} & \leq 10 \\
x_{11} & & & + x_{21} & & & \geq 4 \\
 & x_{12} & & & + x_{22} & & \geq 8 \\
 & & x_{13} & & & + x_{23} & \geq 2
\end{array}$$

DAGLI INDICI DELLE VARIABILI DELLA FUNZIONE OBIETTIVO DEDUCIAMO CHE LE ORIGINI SONO 2 E LE DESTINAZIONI SONO 3.

COSTRUIAMO QUINDI LA TABELLA DEL TRASPORTO:

	COSTO TRASPORTO			
	D_1	D_2	D_3	PRODUZIONE
O_1	4	6	4	12
O_2	4	2	6	10
RICHIESTE	4	8	2	

QUESTA PARTE DI TABELLA CON IL DOPPIO BORDO RAPPRESENTA IL GRAFO T IN CUI GLI ELEMENTI (ARCHI DEL GRAFO G) SONO I NODI, E GLI ARCHI SONO TUTTI I SEGMENTI CHE UNISCONO DUE NODI SITUATI NELLA STESSA LINEA O NELLA STESSA COLONNA.

GRAFO G: